МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа и операторных уравнений

Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.18 Действительный анализ

1. Код и наименование специальности: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

2. Специализация: Современные методы теории функций в математике и механике,

3. Квалификация выпускника: Математик. Механик. Преподаватель

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: функционального анализа и операторных уравнений

6. Составители программы: Бондарев Андрей Сергеевич, преподаватель, кандидат физико-математических наук, математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений

7. Рекомендована: научно-методическим советом математического факультета, протокол от 25.05.2023, № 0500-06

8. Учебный год: 2025-2026 **Семестр(ы): 5**

9. **Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цели освоения учебной дисциплины: доведение до студентов идей и методов действительного анализа, который является языком современной математики, где широко используются понятия функционального пространства (бесконечномерного) и отображения таких пространств.

Задачи учебной дисциплины: развитие у студентов двойного зрения: с одной стороны умения следить за внутренней логикой развития теорий функционального анализа, а с другой не упускать из вида обслуживаемую этими теориями проблематику классического и даже прикладного анализа, в частности, вопросов, связанных с интегральными уравнениями Фредгольма и Вольтерры.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	**Знать:** - актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики. **Уметь:** - использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности. **Владеть:** - навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК 1.2	Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72

Форма промежуточной аттестации: зачёт

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		Сем.5	
		ч.	ч., в форме ПП

Аудиторные занятия	50	50	
в том числе: лекции	34	34	
практические	16	16	
лабораторные			
Самостоятельная работа	22	22	
Контроль			
Итого:	72	72	
Форма промежуточной аттестации		Зачёт	

13.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
		1. Лекции
1.1	Измеримые функции и множество C^+	Множества меры нуль. Ступенчатые функции, действия над ними.
		Измеримые функции, действия над ними. Интегрирование ступенчатых функций. Свойства интеграла. Две леммы о последовательностях ступенчатых функций.
		Множество функций C^+, действия над функциями из C^+. Конечность почти всюду функций из C^+.
		Интеграл в множестве C^+. Простейшие свойства интеграла в C^+. Теорема о предельном переходе в C^+ под знаком интеграла. Следствие.
		Критерий интегрируемости по Риману функции $x(t)$ в терминах функций $\underline{x}$ и $\overline{x}$, следствие. Теорема об интегрируемости функции по Риману в терминах последовательностей ступенчатых функций. Функции x, $\tilde{x}$ и доказательство равенств почти всюду $x=\underline{x}$, $\tilde{x}=\overline{x}$. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману
1.2	Суммируемые функции и интеграл Лебега	Суммируемые функции (определение). Действия над суммируемыми функциями. Интеграл в классе суммируемых функций (определение). Свойства интеграла. Лемма о представлении суммируемой функции. Теорема Беппо Леви, следствия 1 и 2.
		Теорема о связи несобственного интеграла Римана для неотрицательной функции с интегралом Лебега. Пример функции, несобственно интегрируемой по Риману, но не суммируемой.
		Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла (три леммы). Следствия 1 и 2. Теорема Фату.
1.3	Мера множества	Определение измеримого множества и его меры. Простейшие свойства измеримых множеств. Теорема об объединении измеримых множеств, следствие для пересечения измеримых множеств. Теорема о мере объединения попарно не пересекающихся измеримых множеств. Теорема о мере объединения расширяющейся последовательности измеримых множеств. Следствие о мере объединения измеримых множеств. Следствие о мере пересечения убывающей последовательности измеримых множеств.
		Существование неизмеримого множества (множество Лузина). Структура измеримого множества положительной меры.
1.4	Теория Лебега	Внешняя мера множества. Теорема о внешней мере измеримого множества. Теорема об измеримости множества в терминах внешней меры. Определение измеримого множества по Лебегу в терминах внешней и внутренней меры.
		Функции, измеримые по Лебегу. Теорема о множествах функций, измеримых по Лебегу и по Риссу.
		Определение по Лебегу интеграла от ограниченной измеримой функции. Теорема о совпадении интеграла по Лебегу и интеграла

		по Риссу от ограниченной измеримой функции. Определение по Лебегу интеграла от неограниченной измеримой функции. Теорема о совпадении множества функций, интегрируемых по Риссу, с множеством функций, интегрируемых по Лебегу.
1.5	Интегрирование по измеримому множеству. Обобщения на бесконечный промежуток и функции нескольких переменных	Интегрирование по измеримому множеству. Простейшие свойства. Теорема об интегрировании по объединению измеримых множеств. Теорема о суммируемости неотрицательной функции на объединении измеримых множеств. Оценка интеграла по измеримому множеству. Теорема об абсолютной непрерывности интеграла Лебега.
		Случай бесконечного промежутка. Доказательство измеримости предела измеримых функций. Мера пересечения убывающей последовательности измеримых множеств.
		Случай функции двух независимых переменных. Теорема Фубини (без док-ва). Теорема о суммируемости по прямоугольнику функции, для которой существует один из повторных интегралов, два следствия.
1.6	Пространства суммируемых функций	Пространства $L_p[a,b]$. (определение и линейность для $0 \le p < \infty$). Неравенство Гельдера. Норма для случая $1 \le p < \infty$.
		Полнота пространства $L_p[a,b]$. Пространство $L_\infty[a,b]$ (определение и норма).
		2. Практические занятия
2.1	Множества меры нуль, измеримые функции, функции класса C^+	Множества меры нуль. Ступенчатые функции, действия над ними.
		Измеримые функции, действия над ними. Интегрирование ступенчатых функций. Свойства интеграла.
		Множество функций C^+ , действия над функциями из C^+ .
		Интеграл в множестве C^+ . Простейшие свойства интеграла в C^+ .
		Применение критерия Лебега интегрируемости по Риману
2.2	Суммируемые функции и интеграл Лебега	Суммируемые функции Действия над суммируемыми функциями. Интеграл в классе суммируемых функций Свойства интеграла.
		Применение теоремы о связи несобственного интеграла Римана для неотрицательной функции с интегралом Лебега. Пример функции, несобственно интегрируемой по Риману, но не суммируемой.
		Применение теоремы Лебега о предельном переходе под знаком интеграла и следствий из неё
2.3	Мера множества	Определение измеримого множества и его меры. Простейшие свойства измеримых множеств. Применение теорем об объединении измеримых множеств, следствие для пересечения измеримых множеств, о мере объединения попарно не пересекающихся измеримых множеств, о мере объединения расширяющейся последовательности измеримых множеств, следствия о мере объединения измеримых множеств, следствия о мере пересечения убывающей последовательности измеримых множеств.
		Существование неизмеримого множества (множество Лузина). Структура измеримого множества положительной меры.
2.4	Теория Лебега	Внешняя мера множества. Применение теоремы о внешней мере измеримого множества, теоремы об измеримости множества в терминах внешней меры. Определение измеримого множества по Лебегу в терминах внешней и внутренней меры.
		Функции, измеримые по Лебегу. применение теоремы о множествах функций, измеримых по Лебегу и по Риссу.
		Определение по Лебегу интеграла от ограниченной измеримой функции. применение теоремы о совпадении интеграла по Лебегу и интеграла по Риссу от ограниченной измеримой функции. Определение по Лебегу интеграла от неограниченной измеримой

		функции. Применение теоремы о совпадении множества функций, интегрируемых по Риссу, с множеством функций, интегрируемых по Лебегу.
2.5	Интегрирование по измеримому множеству. Обобщения на бесконечный промежуток и функции нескольких переменных	Интегрирование по измеримому множеству. Использование простейших свойств. Применение теоремы об интегрировании по объединению измеримых множеств. Теорема о суммируемости неотрицательной функции на объединении измеримых множеств. Оценка интеграла по измеримому множеству. Применение теоремы об абсолютной непрерывности интеграла Лебега.
		Случай бесконечного промежутка.
		Случай функции двух независимых переменных.
2.6	Пространства суммируемых функций	Пространства $L_p[a,b]$. Использование неравенства Гельдера. Норма для случая $1 \le p < \infty$.
		Пространство $L_\infty[a,b]$ (определение и норма).

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Измеримые функции и множество C^+	8	4		6	18
2	Суммируемые функции и интеграл Лебега	6	3		4	13
3	Мера множества	4	2		3	9
4	Теория Лебега	6	2		4	12
5	Интегрирование по измеримому множеству. Обобщения на бесконечный промежуток и функции нескольких переменных	6	2		2	10
6	Пространства суммируемых функций	4	3		3	10
	Всего	34	16		22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:
- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- работа с конспектами лекций;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Действительный анализ» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольным работам) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачет с оценкой).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Смагин, Виктор Васильевич. Действительный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие: [для студ. 3 курса мат. фак. для направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки; для специальности 01701 - Фундаментальная математика и механика] / В.В. Смагин; В.В. Смагин; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-29.pdf>.
2	Смагин, Виктор Васильевич. Функциональные пространства. Вводный курс [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов: [для студ. 2 курса мат. фак. для направлений: 010100 - Математика, 010200 - Математика и компьютерные науки; для специальности 01701 - Фундаментальная математика и механика] / В.В. Смагин; В.В. Смагин; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Воронежский государственный университет, Математический факультет, 2017 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader 4,0 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-92.pdf>.
3	Смагин, В.В. Линейные операторы и функционалы [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ. 3 курса мат. фак. для направления 010100 - Математика; специальности 010101 - Математика] / В.В. Смагин ; В.В. Смагин ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-200.pdf>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Рисс, Ф. Лекции по функциональному анализу / Ф. Рисс, Б. Секефальви-Надь ; пер. с фр. Д.А. Василькова под ред. С.В. Фомина; ред. С.А. Теляковский .— Изд. 2-е, перераб. и доп. — М. : Мир, 1979 .— 587 с.
2	Функциональный анализ и интегральные уравнения : Лабораторный практикум : Учебное пособие для студ. мат. специальностей вузов / А.Б. Антоневич, Е.И. Ваткина, М.Х. Мазель и др. ; Под ред. А.Б. Антоновича и Я.В. Радыно .— Минск : БГУ, 2003 .— 178с.
3	Сборник заданий для лабораторных работ по курсу "Функциональный анализ и интегральные уравнения" : Для студ. 2 и 4 к. мат. фак. всех форм обучения / Воронеж. гос. ун-т. Каф. функцион. анализа и оператор. уравнений; Сост. В. В. Смагин.— Воронеж, 2001 .— 27 с.
4	Шилов, Георгий Евгеньевич. Математический анализ. Второй специальный курс : учебное пособие для гос. ун-тов / Г.Е. Шилов .— М. : Наука, 1965 .— 327 с.
5	Дифференцирование и интеграл Лебега : Учебное пособие для студентов по специальности 010100 - Математика / Воронеж. гос. ун-т; Сост. В.В. Смагин .— Воронеж, 2003 .— 35 с. — Библиогр.: с. 34 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/mar04065.pdf>.
6	Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2006 .— 570 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы**:**

№ п/п	Источник
1	Электронно-библиотечная система "Лань" https://e.lanbook.com/

2	Электронно-библиотечная система "Консультант студента" http://www.studmedlib.ru

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Сборник заданий для лабораторных работ по курсу "Функциональный анализ и интегральные уравнения" : Для студ. 2 и 4 к. мат. фак. всех форм обучения / Воронеж. гос. ун-т. Каф. функцион. анализа и оператор. уравнений; Сост. В. В. Смагин.— Воронеж, 2001 .— 27 с.
2.	Треногин, Владилен Александрович. Функциональный анализ: учебник для студ., обуч. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Треногин .— Изд. 4-е, испр. — М. : Физматлит, 2007 .— 488 с. : ил. — Библиогр.: с. 482-483 .
3.	Линейные операторы и функционалы: пособие для студентов по специальности 010101 (010100) - Математика / Воронеж. гос. ун-т, Каф. функционал. анализа; сост. А.О. Рыченков .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 27с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации учебной дисциплины проводятся различные типы лекций: вводная лекция, лекция-информация, лекция-диалог, лекция с применение современных компьютерных технологий (лекция-презентация), а также практических занятий, на которых осуществляется решение задач и устные опросы по темам занятия.

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (https://edu.vsu.ru), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

Самостоятельная работа регламентируется Положением об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, оснащенные специализированной мебелью.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Разделы 1-6	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Разделы 1-6	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт				Перечень вопросов к зачёту из п.20.2

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольные работы

Описание технологии проведения

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Для оценивания результатов обучения на контрольной работе используются следующие показатели:

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение применять полученные знания в практическом задании.

Задания для контрольной работы

Вариант 1.

Задание 1. Может ли множество, имеющее хотя бы одну внутреннюю точку, быть множеством меры нуль?

Вариант 2.

Задание 1. Привести пример суммируемой функции, квадрат которой не суммируем.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по билетам к зачёту

Перечень вопросов к зачёту с оценкой:

1. Лемма 1 об объединении множеств меры нуль.
2. Лемма 4 о действиях с измеримыми функциями. Следствие.
3. Лемма 7 о последовательности неотрицательных ступенчатых функций.
4. Леммы 8 о последовательности неотрицательных ступенчатых функций.

5. Лемма 9 о действиях с функциями из С +.
6. Лемма 10 о корректности определения С +-интеграла, следствие.
7. Теорема 2 о предельном переходе в С +-интеграле, следствие.
8. Теорема 3 об интегрировании функции по Риману в терминах функций x(t) и x(t). Следствие.
9. Лемма 14 о действиях с суммируемыми функциями.
10. Леммы 15 и 16 о свойствах интеграла в L(a, b).
11. Теорема 5 (Беппо Леви).
12. Следствия 1 и 2 из теоремы 5 Беппо Леви.
13. Теорема 6 о несобственной интегрируемости и суммируемости функции.
14. Теорема 7 (Лебега), лемма 18.
15. Теорема 7 (Лебега), лемма 19.
16. Теорема 7 (Лебега), лемма 20.
17. Следствия 1 и 2 из теоремы 7 Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
18. Теорема 8 (Фату).
19. Простейшие свойства измеримых множеств (1 – 6).
20. Теорема 9 об объединении последовательности измеримых множеств. Следствие.
21. Теорема 10 о мере объединения возрастающей последовательности измеримых множеств. Следствие.
22. Теорема 11 о мере объединения последовательности измеримых множеств. Следствие.
23. Теорема 12 о структуре измеримого множества положительной меры.
24. Теорема 13 о мере измеримого множества как его внешней меры.
25. Теорема 14 об измеримости множества в терминах внешней меры.
26. Функции, измеримые по Лебегу. Теорема 15.
27. Определение интеграла по Лебегу от ограниченной измеримой функции. Теорема 16.
28. Теорема 17 о множествах суммируемых функций и функций, интегрируемых по Лебегу.
29. Простейшие свойства интегрирования по измеримому множеству.
30. Теоремы 18 и 19 о суммируемости функций по объединению измеримых множеств.
31. Теорема 22 о достаточном условии суммируемости функции по прямоугольнику.
32. Два следствия из теоремы 22.
33. Пространство функций Lp(a, b) и неравенство Гельдера.
34. Норма в пространстве Lp(a, b) (обоснование). Замечание о пространстве L2(a, b).
35. Пространство L∞(a, b) (лемма 22 и аксиомы нормы).

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и степень сформированности умений и(или) навыков.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Зачёт	
Обучающийся знает основные определения, теоремы. Умеет применять их к практическим заданиям. Обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы.	*Зачтено*
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе, не дает правильные ответы на дополнительные вопросы.	*Не зачтено*

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук

Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук

Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук

Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.2 Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики

Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук.

Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики.

Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний

ОПК-1.3 Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

Знать: методы решения задач профессиональной деятельности.

Уметь: анализировать и применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

Владеть навыками решения задач профессиональной деятельности

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними

Знает: основные способы критического анализа и синтеза информации; сущность философского анализа явлений, базовые положения системного подхода, сущность проблемной ситуации в ее соотношении с понятиями «проблема», «задача», «противоречия», основы управления разрешением проблемных ситуаций;

Умеет: применять основные способы критического анализа информации; применять системный подход для решения поставленных задач, выявлять проблемные ситуации, определять пути и средства их разрешения;

Владеет: основными способами критического анализа информации; навыками критического анализа проблемной ситуации как системы, выявления ее составляющих и связей между ними, выбора путей и средств ее разрешения

УК-1.2 Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, современных концепций философского и социального характера в своей предметной области

Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; основное содержание философских понятий и категорий, этапы развития философии и ее разделы, основные классические и современные философские направления и концепции, базовые логические и научные методы (теоретические и эмпирические) исследования и философского осмысления мира, правила оценки надежности источников информации;

Уметь: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, исходя из наличных ресурсов и ограничений; анализировать классические и современные философские направления и концепции с опорой на понятийно-категориальный аппарат и логико-методологический инструментарий философии, критически оценивать надежность источников информации, использовать противоречивую информацию, содержащуюся в разных философских концепциях при решении проблемных ситуаций;

Владеть навыками: критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; навыками использования логико-методологического инструментария в процессе философского осмысления мира, критического анализа и оценки надежности источников ин-формации, в том числе философских концепций, работы с противоречивой информацией из разных источников, определения возможностей применения положений классических и современных философских направлений и концепций для решения проблемных ситуаций

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Верно ли, что любая суммируемая функция интегрируема по Риману в несобственном смысле?
   Ответ: неверно.
   Решение. Функция Дирихле, например, суммируема, но не интегрируема по Риману в несобственном смысле.
2. Верно ли, что суммируемую функцию можно представить в виде разности двух функций из класса C^+ различными способами?
   Ответ: верно.
   Решение. Пусть почти всюду суммируемая функция $x(t) = f(t) - g(t)$, где $f, g \in C^+$. Если, например, к функциям f, g прибавить константу, они не выйдут из класса C^+, при этом $x(t) = (f(t) + \mathrm{c}) - (g(t) + \mathrm{c})$.
3. Верно ли, что значение C^+-интеграла от функции $x(t)$ зависит от выбора последовательности ступенчатых функций $\{h_n(t)\}$, сходящейся к $x(t)$?
   Ответ: неверно.
   Решение. Если значение интеграла зависит от выбора последовательности ступенчатых функций, то значение интеграла определено не однозначно, чего быть не может.
4. Верно ли, что последовательность ступенчатых функций, сходящаяся к измеримой функции, единственна?
   Ответ: неверно.
   Решение. Если к измеримой функции $x(t)$ сходится последовательность ступенчатых функций $\{h_n(t)\}$, то сходится, например, и последовательность ступенчатых функций $\left\{h_n(t) + \frac{1}{n}\right\}$.
5. Верно ли, что значение интеграла в классе ступенчатых функций совпадает со значением интеграла Римана от ступенчатой функции?
   Ответ: верно.
   Решение. Ступенчатая функция является кусочно-непрерывной, причем на каждом интервале разбиения принимает постоянное значение. Интеграл Римана от кусочно-непрерывной функции есть сумма интегралов по интервалам разбиения, а интеграл Римана от константы есть произведение этой константы на длину интервала, что и описывает определение интеграла от ступенчатой функции.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Найти меру множества $A = \left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n}\right\}, n \in \mathbb{N}$.
   Ответ: 0.
   Решение. Множество A является конечным. Всякое конечное множество является множеством меры нуль, значит, его мера равна нулю.
2. Найти меру множества $A = \{0; 1\}$.
   Ответ: 0.
   Решение. Множество A является конечным. Всякое конечное множество является множеством меры нуль, значит, его мера равна нулю.
3. Найти меру множества $A = \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right]$.
   Ответ: 1.

Решение. Множество A представляет собой объединение двух не пересекающихся множеств. Значит, мера множества A есть сумма мер $\left[0;\frac{1}{2}\right)$ и $\left(\frac{1}{2};1\right]$. Мера полуинтервала равна его длине. Значит, $\mu A = \mu\left[0;\frac{1}{2}\right) + \mu\left(\frac{1}{2};1\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

4. Найти меру множества $A = [0;1] \cap \mathbb{Q}$.
   Ответ: 0.
   Решение. Множество A является счетным. Всякое счетное множество является множеством меры нуль, значит, его мера равна нулю.
5. Найти меру множества $A = [0;1] \setminus \mathbb{Q}$.
   Ответ: 1.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).